PART4　二項分布の期待値，分散，標準偏差

例題

5 つの選択肢から 1 つを選ぶ選択式の問題が全部で 100 問ある。各問題においては正解が 1 つだけ存在する。この問題すべてに無作為に解答したときの正解数を X とする。

(1)　X の期待値を求めよ。

(2)　X の分散を求めよ。

(3)　X の標準偏差を求めよ。

Point Pickup

練習

赤球2個, 白球3個が入った袋から, 2個の球を同時に取り出し, 色を確認してから袋に戻す。この試行を5回繰り返すとき, 2個とも赤球である回数をXとする。

(1)　Xの期待値, 分散, 標準偏差を求めよ。

(2)　各試行において, 2個とも赤球が出れば100円を受け取ることができ, それ以外のときはお金を受け取れないとする。5回終了後に, 受け取ることができる金額の期待値, 分散を求めよ。

第 6 講　PART4 確認問題

　赤球 6 個，白球 4 個が入った袋から 2 個の球を同時に取り出し，色を確認してから袋に戻す。この試行を 90 回繰り返すとき，2 個とも赤球である回数を X とする。

1　X の期待値，分散，標準偏差を求めると

$$E(X)=\boxed{\text{アイ}}$$

$$V(X)=\boxed{\text{ウエ}}$$

$$\sigma(X)=\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

2　各試行において，2 個とも赤球が出れば 50 円を受け取ることができ，それ以外のときはお金を受け取れないとする。

90 回終了後に受け取る金額の期待値は $\boxed{\text{キクケコ}}$ 円，

分散は $\boxed{\text{サシスセソ}}$ である。

PART4　二項分布の期待値，分散，標準偏差

例題

5 つの選択肢から 1 つを選ぶ選択式の問題が全部で 100 問ある。各問題においては正解が 1 つだけ存在する。この問題すべてに無作為に解答したときの正解数を X とする。

(1)　X の期待値を求めよ。

(2)　X の分散を求めよ。

(3)　X の標準偏差を求めよ。

X は二項分布 $B\left(100,\ \frac{1}{5}\right)$ に従う。

(1)　$E(X)=100\cdot\frac{1}{5}=20$

(2)　$V(X)=100\cdot\frac{1}{5}\cdot\left(1-\frac{1}{5}\right)=16$

(3)　$\sigma(X)=\sqrt{16}=4$

練習

赤球2個,白球3個が入った袋から,2個の球を同時に取り出し,色を確認してから袋に戻す。この試行を5回繰り返すとき，2個とも赤球である回数をXとする。

(1)　Xの期待値，分散，標準偏差を求めよ。

(2)　各試行において，2個とも赤球が出れば100円を受け取ることができ，それ以外のときはお金を受け取れないとする。5回終了後に，受け取ることができる金額の期待値,分散を求めよ。

Xは二項分布 $B\left(5,\ \dfrac{{}_2C_2}{{}_5C_2}\right)$，すなわち $B\left(5,\ \dfrac{1}{10}\right)$ に従う。

(1)　$E(X)=5\cdot\dfrac{1}{10}=\dfrac{1}{2}$，$V(X)=5\cdot\dfrac{1}{10}\cdot\left(1-\dfrac{1}{10}\right)=\dfrac{9}{20}$，$\sigma(X)=\sqrt{\dfrac{9}{20}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$

(2)　受け取る金額の期待値は $E(100X)=100E(X)=100\cdot\dfrac{1}{2}=50$

受け取る金額の分散は $V(100X)=100^2\,V(X)=10000\cdot\dfrac{9}{20}=4500$

第 6 講　PART4 確認問題 解答

1 **[正解]** アイ：30，ウエ：20，オ：2，カ：5

[解説]

1 回の試行で赤球 2 個が出る確率は

$$\frac{{}_6C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{15}{45}=\frac{1}{3}$$

よって，X は二項分布 $B\left(90,\ \frac{1}{3}\right)$ に従う。

$$E(X)=90\cdot\frac{1}{3}=\mathbf{30}$$ [A]

$$V(X)=90\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)=\mathbf{20}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{20}=\mathbf{2\sqrt{5}}$$

[A]　二項分布の期待値，分散，標準偏差
確率変数 X が二項分布 $B(n,\ p)$ に従うとき，$q=1-p$ とすると
期待値　$E(X)=np$
分散　$V(X)=npq$
標準偏差　$\sigma(X)=\sqrt{npq}$

2 **[正解]** キクケコ：1500，サシスセソ：50000

[解説]

受け取る金額の合計は $50X$ 円である。

$E(X)=30$ であるから，

$$E(50X)=50E(X)$$ [B]

$$=50\cdot30=1500$$

よって，受け取る金額の期待値は

1500 円

また，$V(X)=20$ であるから，

$$V(50X)=50^2\,V(X)$$ [C]

$$=2500\cdot20=50000$$

よって，受け取る金額の分散は

50000

[B]　確率変数 X と定数 a, b について
$E(aX+b)=aE(X)+b$

[C]　確率変数 X と定数 a, b について
$V(aX+b)=a^2\,V(X)$